Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
23.03.2019.

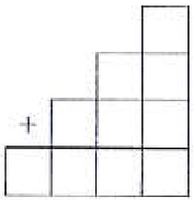
IV разред

1. Под учионице правоугаоног облика покривен је плочама квадратног облика, странице 2 dm. У сваком квадратном метру уграђене су по 4 жуте плоче, а остале плоче су зелене, при чему је укупно уграђено 288 жутих плоча.
   а) Колико је укупно уграђено зелених плоча?
   б) Које су димензије учионице, ако је њена дужина два пута већа од ширине?

2. Колико највише страница може да има књига ако је за нумерисање њених страница употребљено тачно 37 шестица?

3. Баштован жели да засади руже. Има башту облика квадрата коју је поделио на једнаке мање квадрате. Ако у темену сваког мањег квадрата у башти засади по једну ружу, остане му 13 ружа. Да би затим у средишту сваког квадрата могао да засади још по једну ружу, недостаје му 12 ружа. Колико ружа има баштован?

4. Прецртај таблицу са слике на папир који ћеш предати. Затим упиши цифре 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 у празне квадрате тако да сабирање буде тачно. Нађи два решења у којима су збирови различити.



5. Наведи све четвороцифрене бројеве чији је збир цифара 4, а производ цифара 0.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

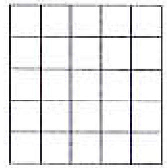
IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. Површина једне плоче је $4\ dm^2$, па на сваком квадратном метру има 25 плоча [**5 поена**]. Од тога су 4 жуте и 21 зелена. Површина учионице је $288 : 4 = 72\ m^2$ [**5 поена**].
а) Укупан број зелених плоча је $72 \cdot 21 = 1512$ [**5 поена**].
б) Димензије учионице су $12\ m \times 6\ m$ [**5 поена**].

2. (**МЛ 53-3**) У бројевима прве стотине има 20 шестица (10 на месту јединица и 10 на месту десетица) [**5 поена**]. У размаку од 100 до 159 има 6 шестица (све на месту јединица) [**2 поена**], а у размаку од 160 до 169 још 11 (10 на месту десетица и једна на месту јединица) [**8 поена**], што је укупно 37 шестица. Даље, до броја 175 нема шестица. Одговор: 175 [**5 поена**].

3. Број ружа које баштован треба додатно да засади да би попунио места у средиштима квадрата је $13 + 12 = 25$, што је управо број свих квадрата [**8 поена**]. Број квадрата у сваком реду и свакој колони је 5 (слика), па је број темена квадрата $6 \cdot 6 = 36$ [**7 поена**]. Број ружа које је баштован имао је $36 + 13 = 49$ [**5 поена**].



4. (Свако тачно решење **по 10 поена**. Решења која се разликују само по распореду цифара јединица, односно десетица између сабирака, сматрају се једнаким и довољно је навести једно од њих.)

$$\begin{array}{r} 2 \\ 64 \\ +\ 987 \\ \hline 1053 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \\ 74 \\ +\ 985 \\ \hline 1062 \end{array}$$

5. Како је производ цифара 0, бар једна цифра је 0, што значи да је бар једна цифра већа од 1. Ако је највећа цифра 4, остале су 0, па је једини такав број 4000. Ако је највећа цифра 3, међу осталима су једна цифра јединица и две нуле; таквих бројева има шест: 3100, 3010, 3001, 1300, 1030, 1003. Ако је највећа цифра 2, међу осталима су једна двојка и две нуле (то су: 2200, 2020, 2002) или две јединице и једна нула (то су: 2110, 2101, 2011, 1210, 1201, 1120, 1102, 1021, 1012). Укупно има 19 таквих бројева. [**За сваки тачно наведени број по 1 поен**, с тим да се **за све наведене бројеве** добија **20 поена**.]

V РАЗРЕД

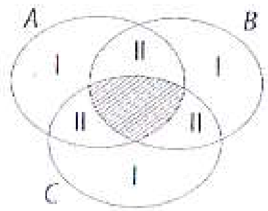
Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (**МЛ 53-2**) Полазни број је 2357111317192329313741 [**5 поена**]. Да би крајњи број био паран, мора се прецртати последња јединица [**5 поена**] и још неких 9 цифара (што мањих) с почетка броја. Највећи број који се може тако добити је 779232931374 [**10 поена**].

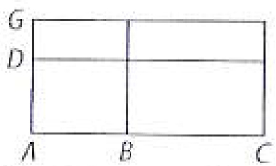
2. Нека је $\measuredangle AOB = 2x$, $\measuredangle BOC = 2y$. Из услова задатка следи да је $x + 2y = 75°$ и $y + 2x = 90°$ [**5 поена**], одакле је $3x + 3y = 165°$ [**5 поена**], $x + y = 55°$ [**5 поена**], $\measuredangle AOC = 2(x + y) = 110°$ [**5 поена**].

3. То су бројеви: $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 64$, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$, $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$, $2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$, $2 \cdot 5 \cdot 5 = 50$, $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$, $5 \cdot 7 = 35$. [За један тачан број 2 поена, за сваки даљи тачан број 3 поена.]

4. Нека је на приложеном дијаграму A скуп оних који лепо певају, B оних који одлично плешу и C оних који сјајно глуме. Тада је број елемената комплемента скупа A једнак 42, комплемента скупа B је 65, а комплемент скупа C је 29. Збир тих бројева је 136 [**5 поена**], а он је једнак збиру бројева оних који имају два талента (на дијаграму скуп таквих је унија скупова означених са II) и двоструког збира оних који имају један таленат (скупови означени са I) [**5 поена**]. Зато је број оних који имају тачно један таленат $136 - 100 = 36$ [**5 поена**], а број оних који имају више талената је $100 - 36 = 64$ [**5 поена**] (може се и директно рачунати $136 - 2 \cdot 36 = 64$).



5. а) 9 [**5 поена**].
б) Свака од дужи једнаких AB, BC, AD, односно DG на слици јесте страница или део странице 6 од 9 уочених правоугаоника, па она у збиру обима свих 9 правоугаоника учествује 12 пута. Зато је збир те четири дужи једнак 768 cm : 12 = 63 cm [**10 поена**]. Обим великог правоугаоника на слици једнак је двоструком збиру поменуте четири дужи и износи $2 \cdot 63$ cm = 126 cm [**5 поена**]. [Може се и краће рачунати: тражени обим је 6 пута мањи од датог збира обима уочених правоугаоника и износи 756 cm : 6 = 126 cm.]



Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике ученика основних школа
23.03.2019 – V разред

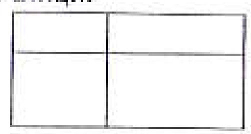
1. Напиши један за другим, у растућем поретку, без размака и запете, првих 13 простих бројева. У тако добијеном броју прецртај десет цифара тако да остане највећи могући паран број. Који је то број?

2. Дата су два суседна угла AOB и BOC. Симетрала угла AOB формира са полуправом OC угао од 75°, а симетрала угла BOC формира са полуправом OA прав угао. Одреди величину угла AOC.

3. Када се број 12 растави на просте чиниоце као $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$, збир тих чинилаца је $2 + 2 + 3 = 7$. Одреди све природне бројеве код којих је на тај начин одређени збир простих чинилаца једнак 12.

4. На једној летњој школи младих математичара учествовало је 100 ученика. Сваки од ученика има неки од талената: лепо пева, одлично плеше или сјајно глуми. Неки од ученика имају и више талената, али ниједан ученик не поседује сва три талента. Познато је да тачно 42 ученика немају таленат за певање, 65 нема таленат за плес и 29 нема таленат за глуму. Колико ученика поседује више талената?

5. Правоугаоник је помоћу две дужи подељен на четири мања правоугаоника као на слици.



а) Колико укупно правоугаоника се може уочити на тој слици?
б) Ако је збир обима свих правоугаоика који се могу уочити једнак 768 cm, израчунај обим највећег правоугаоника на слици.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
23.03.2019.

VI разред

1. Производ четири узастопна цела броја је петоцифрени број $\overline{9302*}$. Одреди те бројеве.

2. Дати су рационални бројеви $\frac{1}{2}, x, y, \frac{1909}{2018}$, који су поређани од најмањег до највећег. Одреди њихову аритметичку средину ако су разлике свака два суседна броја (већи минус мањи) једнаке.

3. Конструиши троугао ABC ако је полупречник описане кружнице $R = 5$ cm, страница $AB = 7$ cm и висина h_c из темена C је једнака 4 cm.

4. У правоуглом троуглу ABC ($\measuredangle C$ је прав) важи $BC < CA$. Нека су D, E и F тачке на хипотенузи AB такве да је CD висина, CE симетрала правог угла, а CF тежишна дуж. Ако је један од углова $\measuredangle BCD$, $\measuredangle DCE$, $\measuredangle ECF$ и $\measuredangle FCA$ двапут већи од неког другог од њих, израчунај углове датог троугла.

5. Аца је написао на табли 60 бројева, не обавезно различитих. Бора је за свака два написана броја израчунао њихов производ. Показало се да је међу тим производима тачно 600 негативних бројева. Колико је нула могло бити међу бројевима које је написао Аца?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа. Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. **(МЛ 53-2)** *Прво решење.* Како је $15\cdot16\cdot17\cdot18 < 80000$, $16\cdot17\cdot18\cdot19 = 93024$, $17\cdot18\cdot19\cdot20 > 100000$ решење у скупу природних бројева је је $16\cdot17\cdot18\cdot19 = 93024$ [**12 поена**]. Друго решење је $(-19)\cdot(-18)\cdot(-17)\cdot(-16)$ [**8 поена**].

Друго решење. Од четири узастопна цела броја, два су увек парна, а један од њих је дељив и са 4. Због тога је производ та четири броја дељив са 8, што је у овом случају могуће једино ако се дати број завршава цифром 4 (до истог закључка се долази ако се искористи да је тај производ дељив са 4 и са 3) [**6 поена**]. Због тога међу дата 4 броја не може бити ниједан дељив са 5 (иначе би се производ завршавао нулом), па, узимајући у обзир величину резултата, добијамо да је једина могућност у скупу природних бројева $16\cdot17\cdot18\cdot19 = 93024$ [**6 поена**]. Друго решење је $(-19)\cdot(-18)\cdot(-17)\cdot(-16)$ [**8 поена**].

2. *Прво решење.* Због наведених услова (једнакост разлика), аритметичка средина дата четири броја једнака је аритметичкој средини највећег и најмањег броја [**10 поена**], дакле

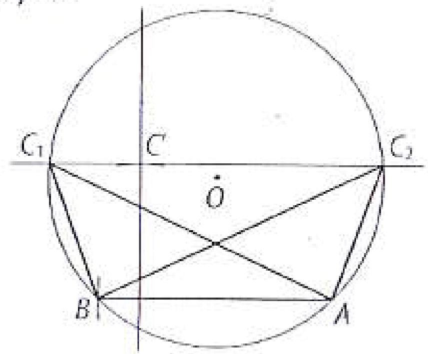
$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1909}{2018}+\frac{1}{2}\right)=\frac{1459}{2018} \text{ [**10 поена**].}$$

Друго решење. Означимо са d разлику која се помиње у тексту задатка. Тада је $d=\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1909}{2018}-\frac{1}{2}\right)=\frac{150}{1009}$ [**10 поена**], затим $x=\frac{1}{2}+d$, $y=\frac{1}{2}+2d$, па је тражена аритметичка средина једнака

$$\frac{1}{2}(x+y)=\frac{1}{2}(1+3d)=\frac{1}{2}\left(1+\frac{450}{1009}\right)=\frac{1459}{2018} \text{ [**10 поена**].}$$

(Може се рачунати и као $\frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}+x+y+\frac{1909}{2018}\right)$, са истим резултатом.)

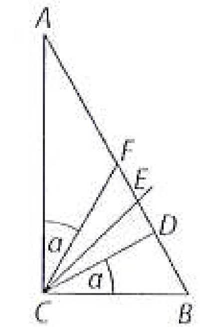
3. Конструише се најпре кружница датог полупречника и изабере на њој произвољна тачка A, а затим одреди на кружници тачка B за коју је $AB = 7$ cm [**5 поена**]. На произвољној нормали на праву AB одреди се тачка C' чије је растојање од праве AB једнако 4 cm (са исте стране те праве са које је центар кружнице), а затим конструише кроз добијену тачку права p паралелна са AB [**10 поена**]. Та паралела сече кружницу у двема тачкама, C_1 и C_2; троуглови ABC_1 и ABC_2 су тражени [**5 поена**]. Напомена: Признати и ако се као решење наведе само један од та два троугла.



4. Важи $\measuredangle BCD = \measuredangle FCA$ $(= \alpha)$, $\measuredangle BCD + \measuredangle DCE = 45°$ и $\measuredangle DCE = \measuredangle ECF$ $(= 45° - \alpha)$ [**8 поена**]. Могућа су два случаја:

(1) $\measuredangle BCD = 2\measuredangle DCE$, тј. $\measuredangle BCD = 30°$ и $\measuredangle DCE = 15°$; тада су углови троугла 30°, 60° и 90° [**6 поена**];

(2) $\measuredangle DCE = 2\measuredangle BCD$, тј. $\measuredangle BCD = 15°$ и $\measuredangle DCE = 30°$; углови троугла су тада 15°, 75° и 90° [**6 поена**].



5. Нека је међу бројевима које је Аца написао m бројева једног знака и n бројева другог. Тада је $m + n \le 60$, а међу производима које је Бора израчунао има mn негативних, тј. $mn = 600$ [**5 поена**]. Треба одредити све начине на које се број 600 може представити као производ два броја чији збир није већи од 60; то су:

$$600 = 15\cdot40 = 20\cdot30 = 25\cdot24,$$

па међу бројевима које је Аца написао различитих од нуле може бити $55 = 15 + 40$, $50 = 20 + 30$ или $49 = 25 + 24$ [свако решење **по 4 поена**]. Број нула међу датим бројевима може бити 5, 10 или 11 [свако решење **по 1 поен**].

VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

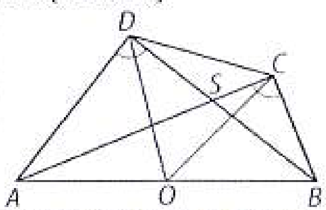
1. (**МЛ 53-2**) Бројеви $9x$, $42y$ и $21z$ су дељиви са 3, па такав мора бити и $49t$. Како су 3 и 49 узајамно прости, то t мора бити дељив са 3 [**8 поена**]. Слично, бројеви $42y$, $21z$ и $49t$ су дељиви са 7, па такав мора бити и $9x$. Како су 7 и 9 узајамно прости, то је x дељив са 7 [**8 поена**]. Зато је производ xt дељив са $3 \cdot 7 = 21$ [**4 поена**].

2. *Прво решење.* Дати број, растављен на просте чиниоце, представља се као $2^{4038} \cdot 19^4$ [**4 поена**]. Његови делиоци који су четврти степен неког природног броја су облика: (а) 2^k, где је $k \in \{0, 1, 2, ..., 4038\}$ и $4 \mid k$ или (б) $2^k \cdot 19^4$, где k задовољава услове под (а). У оба ова скупа има по $1 + 4036 : 4 = 1010$ елемената [**8 поена**], па је укупан број делилаца наведеног облика $2 \cdot 1010 = 2020$ [**8 поена**]. [Ако такмичар(ка) изостави јединицу (тј. „заборави" случај $k = 0$), смањити добијени број поена за 2, односно укупно за 4].

Друго решење. Делиоци датог броја који су четврти степен природног броја су облика: (а) 4^k, где је $k \in \{0, 1, 2, ..., 2019\}$ и $2 \mid k$, или (б) $4^k \cdot 19^4$, где k задовољава исте услове. У оба ова скупа има по $1 + 2018 : 2 = 1010$ елемената [**10 поена**] па је укупан број делилаца наведеног облика $2 \cdot 1010 = 2020$ [**10 поена**] [Исти коментар ако се изостави јединица.]

3. Дата једнакост се може написати у облику $x^2y + 2019y - xy^2 - 2019x = 0$, односно $(x - y)(xy - 2019) = 0$ [**15 поена**]. Како је, по претпоставци, $x \neq y$, тј. $x - y \neq 0$, одатле следи да је $xy - 2019 = 0$, тј. $xy = 2019$ [**5 поена**].

4. Нека је O средиште странице AB датог четвороугла. Тежишне дужи DO и CO правоуглих троуглова ABD, односно ABC једнаке су половини хипотенузе AB, дакле, према претпоставци, страници CD, па је $\triangle OCD$ једнакостраничан [**7 поена**], а троуглови AOD и BOC су једнакокраки



(са врхом O) [**6 поена**]. Даље се погодним „рачуном са угловима" налази да је тражени (туп) угао између дијагонала једнак $120°$ (односно оштар једнак $60°$) [**7 поена**]. Једна од могућности је следећа: означимо углове код A и B датог четвороугла са α, односно β. Тада посматрајући углове са заједничким теменом O, добијамо да је $(180° - 2\alpha) + 60° + (180° - 2\beta) = 180°$, одакле је $\alpha + \beta = 120°$. С друге стране, из $\triangle ABS$ је $\measuredangle ASB = 180° - (90° - \alpha) - (90° - \beta) = \alpha + \beta = 120°$.

5. Хоризонталних, односно вертикалних дужи дужине 5 има 6 (укупно 12) [**6 поена**]. Преостале такве дужи су дијагонале правоугаоника димензија 3×4 (односно 4×3). Од обе врсте има по 6 таквих правоугаоника, дакле укупно 12 [**8 поена**]. Укупан број дужи дужине 5 је $12 + 2 \cdot 12 = 36$ [**6 поена**]. [Уместо правоугаоника могу се пребројати правоугли троуглови са катетама дужине 3 и 4, са истим резултатом и аналогним бодовањем.]

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
23.03.2019.

VII разред

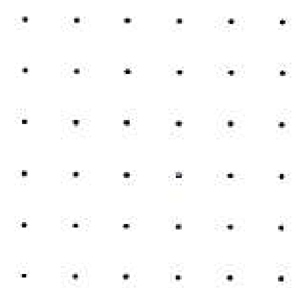
1. Ако за целе бројеве x, y, z, t важи $9x - 42y = 21z - 49t$, доказати да је производ xt дељив са 21.

2. Колико делилаца броја $4^{2019} \cdot 19^4$ је једнако четвртом степену неког природног броја?

3. Нека су x и y различити реални бројеви, такви да је
$$y(x^2 + 2019) = x(y^2 + 2019).$$
Израчунај вредност производа xy.

4. Страница AB конвексног четвороугла $ABCD$ је два пута дужа од њој наспрамне странице CD. Дијагонала BD нормална је на страницу AD, а дијагонала AC нормална је на страницу BC. Одреди угао између дијагонала датог четвороугла.

5. Хоризонтално и вертикално растојање између две суседне тачке на слици је 1. Колико има дужи дужине 5 са крајевима у датим тачкама?



Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа
23.03.2019.

VIII разред

1. Израчунај вредност израза
$A=\sqrt{3-2\sqrt{2}}+\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{7-2\sqrt{12}}+\sqrt{9-2\sqrt{20}}+...+\sqrt{31-2\sqrt{240}}$.

2. Одреди површину и запремину правилне шестостране пирамиде ако је њен највећи дијагонални пресек једнакокрако-правоугли троугао са катетом дужине 8cm.

3. Одреди број целобројних решења једначине $20|x|+19|y|=2019$.

4. Нека је ABC једнакокрако-правоугли троугао са правим углом код темена C, и нека су D и E тачке на катети AC такве да је $CD=\frac{1}{3}AC$ и $CE=\frac{1}{2}AC$. Докажи да је $\measuredangle CBD=\measuredangle ABE$.

5. На фудбалском првенству неке државе учествује 18 екипа. У сваком колу састаје се 9 парова, победничка екипа добија 3 бода, поражена 0 бодова, а у случају нерешеног резултата обе екипе добијају по 1 бод. После 6 одиграних кола констатовано је да не постоје две екипе са истим бројем освојених бодова. Колико је било сусрета који су завршени нерешено?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.
Израда задатака траје 150 минута.
Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VIII РАЗРЕД

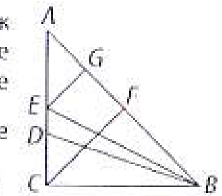
Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. $A=\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2}+\sqrt{(\sqrt{4}-\sqrt{3})^2}+\cdots+\sqrt{(\sqrt{16}-\sqrt{15})^2}$ **[10 поена]** $=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(\sqrt{4}-\sqrt{3})+\cdots+(\sqrt{16}-\sqrt{15})=\sqrt{16}-1=3$ **[10 поена]**.

2. Означимо основну ивицу пирамиде са a, бочну ивицу са b, висину пирамиде са H и апотему са h. Из поменутог правоуглог троугла у пресеку добија се да је $b=a\sqrt{2}=8$ cm, па је $a=4\sqrt{2}$ cm, **[6 поена]**. Такође је $H=a=4\sqrt{2}$ cm **[3 поена]**, а из $h^2=(a\sqrt{2})^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2=\frac{7}{4}a^2$ следи да је $h=\frac{a}{2}\sqrt{7}=2\sqrt{14}$ cm **[3 поена]**. Запремина пирамиде је $64\sqrt{6}$ cm^3 **[4 поена]**, а површина $48(\sqrt{3}+\sqrt{7})$ cm^2 **[4 поена]**.

3. Означимо $|x|=a$, $|y|=b$. Једначина $20a+19b=2019$ има очигледно решење $a_0=100$, $b_0=1$ **[3 поена]**, па су сва целобројна решења те једначине облика $a=100-19t$, $b=1+20t$, $t\in Z$ **[7 поена]**. Због услова $a\geq 0$ и $b\geq 0$, мора бити $t\in\{0,1,2,3,4,5\}$, тј. постоји 6 таквих решења **[5 поена]**. Узимајући у обзир и могући знак бројева x, y, добијамо да је број решења дате једначине $6\cdot 4=24$ **[5 поена]**. [Може се поћи и од неког другог посебног решења једначине $20a+19b=2019$, са истим коначним резултатом.]

4. Нека је G подножје нормале из тачке E на хипотенузу AB. Дуж EG је средња линија једнакокрако-правоуглог троугла AFC, где је F средиште хипотенузе AB. Троугао EGA је такође једнакокрако-правоугли, па је $EG=AG=\frac{1}{2}AF=\frac{1}{4}AB$, одакле следи да је однос катета правоуглог троугла GBE: $GB:GE=3:1$.



Како и за правоугли троугао CBD важи да је $CB:CD=3:1$, следи да су троуглови GBE и CBD слични, одакле следи једнакост одговарајућих углова, тј. $\measuredangle CBD=\measuredangle GBE=\measuredangle ABE$ **[20 поена]**. [Ако ученик „наслути" поменуту сличност али је не докаже: 10 поена. Постоје и друге могућности доцртавања и избора одговарајућих сличних троуглова. Бодовање прилагодити решењу.]

5. Највећи број бодова који може једна екипа да освоји у 6 кола је 18, при чему је немогуће освојити 17 бодова (јер се са пет победа и једним нерешеним резултатом добија 16 бодова). Из услова задатка следи да су екипе освојиле 0, 1, 2, ..., 16 и 18 бодова **[6 поена]**, што је укупно 154 бода **[4 поена]**. Да није било нерешених резултата, укупан број освојених бодова би био $6\cdot 9\cdot 3=162$ **[6 поена]**. Како у утакмици са нерешеним исходом екипе добијају укупно 2 бода (дакле, за један мање од оне у којој постоји победник), број сусрета који су завршени нерешено је био $162-154=8$ **[4 поена]**. [*Напомена.* Може се показати да се ситуација описана у задатку заиста може реализовати, али то се не тражи од ученика.]